Distanze dei pianeti e dei satelliti nel Sistema Solare dedotte da massa, raggio equatoriale e densità del corpo centrale

Giovanni Lupato

Associazione Astrofili Trevigiani

Abstract. The author illustrates an empirical correlation linking planet distances from the Sun to some physical characteristics of the central body such as mass, equatorial radius, density. Such a formula is applicable, with good approximation, also to the major planet satellite systems.

Introduzione

Come si evince dalla legge di Titius e Bode e da diverse altre leggi empiriche, si può riscontrare una certa armonia nelle distanze dei pianeti dal Sole e dei satelliti dei quattro sistemi satellitari complessi del Sistema Solare dal rispettivo pianeta.

Tale armonia sembra senz'altro rimandare ad un qualche ordine in una primitiva formazione primaria di anelli gassosi (da cui si sono successivamente formati per aggregazione gravitazionale archi, planetesimi etc.) secondo la ben nota teoria della nebulosa protoplanetaria di Laplace (1824).

I pianeti ed i satelliti altro non sarebbero, quindi, che «fossili» della posizione di questa primitiva formazione di anelli, e sembra non ci sia nulla da eccepire nell'affermare che la loro distanza dal corpo centrale derivi da tale primitiva struttura. D'altra parte notiamo che le ellissi delle orbite dei pianeti e dei satelliti hanno, in massima parte, un'eccentricità molto bassa che poco si discosta quindi dalla presunta simmetria concentrica dell'anello primitivo.

Pochi corpi invece hanno eccentricità superiore alla media e questo fatto appare più eccezione che norma, ed è consequenziale affermare che, avendo il Sistema Solare una storia, tali corpi potrebbero essere stati deviati, a causa di perturbazioni gravitazionali, dalla loro orbita originaria. Volendo quindi studiare «la presunta armonia» che ha determinato i luoghi di formazione dei primitivi anelli concentrici, non considereremo tali corpi con eccentricità elevata ma solo i corpi (e sono la larghissima maggioranza) con l'ellisse orbitale avente eccentricità minore di 0,1.

Il luogo di formazione degli anelli primitivi potrebbe essere stato determinato dalle dinamiche (estremamente complesse) dei dischi gassosi protoplanetari e protosatellitari.

In seconda istanza esso potrebbe essere fatto risalire a fenomeni di risonanza.

Tuttavia, dal presente studio sembra emergere che la distanza dei pianeti e dei satelliti dal corpo centrale possa essere correlata a caratteristiche fisiche del corpo centrale stesso, quali la sua massa, il suo raggio equatoriale e la sua densità.

Distanze dei pianeti e dei satelliti

Disegnamo su un diagramma (fig. 1) in ascisse una serie di punti equidistanti tra loro ed attribuiamo agli intervalli ottenuti un qualsiasi valore di scala S (espresso in metri). Adottando la stessa scala poniamo poi in ordinate, a partire da ogni punto disegnato, la distanza di un pianeta dal Sole, o di un satellite dal pianeta, iniziando naturalmente dal più vicino al corpo centrale, per poi seguire la sequenza delle varie distanze. Prevediamo anche alcuni vuoti.

Otteniamo così una serie di punti, sia per il Sistema Solare che per qualsiasi sistema planetario, su cui potremo, con buona approssimazione, far passare un arco di iperbole che ne comprende il vertice.

Disegnamo adesso sullo stesso diagramma (fig. 2), con lo stesso procedimento, la sequenza relativa ai quattro sistemi satellitari di Giove, Saturno, Urano e Nettuno, ed al Sistema Solare adottando per i primi $S = 10^8$ m e per il secondo $S = 10^{11}$ m (in questo caso abbiamo normalizzato le scale, considerando il Sistema Solare alla stregua di un sistema planetario in scala 1/1000).

Otteniamo una serie di archi di iperbole. Osserviamo che: mentre la curva relativa al Sistema Solare piega repentinamente verso l'alto, quella relativa al sistema di Giove ha una curvatura leggermente più dolce, e tale curvatura si addolcisce ulteriormente prima per Saturno, poi per Nettuno e quindi per Urano. Questo perché, come vedremo, le iperboli che otteniamo variano in funzione della massa M e del raggio equatoriale r del corpo centrale.

Le iperboli ottenute variano anche in funzione dell'intervallo di scala S. Se proviamo per uno stesso corpo (es. Saturno) a disegnare (fig. 3) sul nostro diagramma la sequenza delle distanze utilizzando inter-

Fig. 1

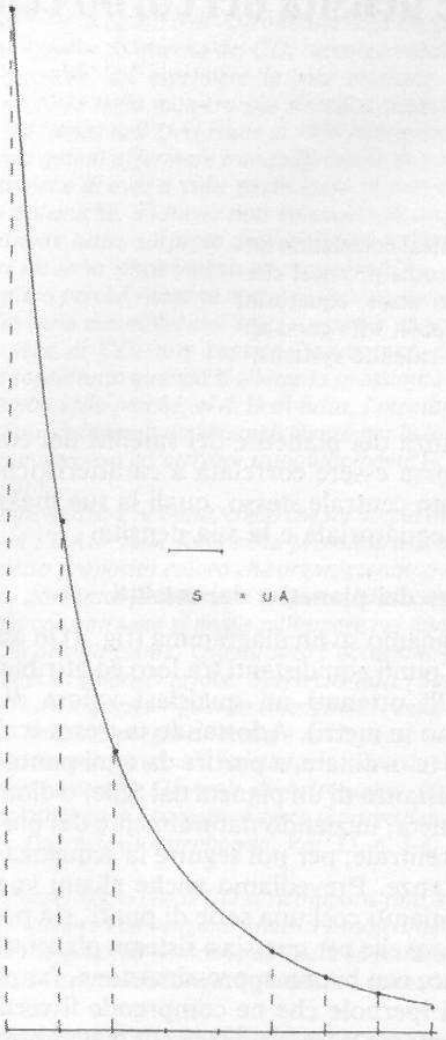
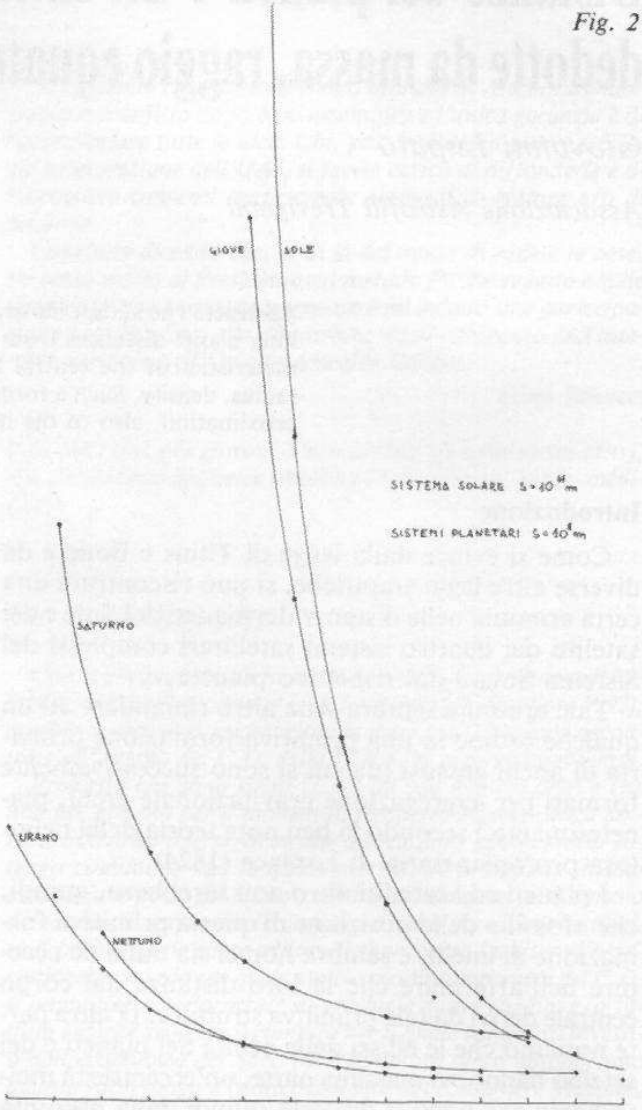


Fig. 2



valli di scala diversi, otterremo iperboli con eccentricità E diversa. In particolare noteremo (nel caso specifico di Saturno) che ponendo $S = 0{,}5 \cdot 10^8$ m l'eccentricità $E \simeq \sqrt{2}$. Otterremo cioè un'iperbole che si avvicina all'iperbole equilatera avendo essa asintoti quasi ortogonali tra loro.

Il valore di E aumenta, sia con l'aumentare che con il diminuire di S, e tende a ∞, per S che tende a 0 e per S che tende a ∞.

Per capire il significato dell'iperbole immaginiamo un esempio: un osservatore posto nel centro di Saturno avrà dinnanzi a sé una semiretta con dei segnalini posti alle distanze dei satelliti (fig. 4). Farà un passo in direzione normale alla semiretta, ed immaginerà un segmento parallelo ad essa fino alla distanza iniziale del primo segnalino; farà un altro passo ed immaginerà un secondo segmento sino alla distanza del secondo segnalino, e così via. Il nostro osservatore otterrà così una serie di punti relativi all'intera sequenza dei satelliti, e potrà congiungere tali punti con un arco di iperbole avente enorme eccentricità. Questo arco di iperbole sarà la degenerazione della semiretta iniziale. Il nostro osservatore rifarà la stessa operazione raddoppiando il numero dei passi tra un intervallo e l'altro: diminuirà l'eccentricità dell'iperbole. Aumenterà poi, via via gli intervalli, ed otterrà per un valore di S prossimo a $0{,}5 \cdot 10^8$ m un'iperbole avente $E = \sqrt{2}$. Aumenterà poi nuovamente gli intervalli, e si accorgerà che E tenderà ad aumentare. In tutte queste operazioni egli avrà osservato anche gli asintoni ruotare con il variare di E, non essendo stato posto alcun limite a tale rotazione (fig. 5).

Consideriamo che il nostro osservatore abbia immaginato la semiretta iniziale a partire dal punto centrale del pianeta, ed abbia potuto porla lungo una qualsiasi dimensione spaziale. Ha poi camminato in direzione normale ad essa, quindi lungo un'altra dimensione spaziale, ma non necessariamente lungo una delle altre due dimensioni spaziali note. Il suo cammino si può essere svolto su una quarta dimensione (ma non necessariamente la dimensione temporale), perciò togliendo tale dimensione «immaginaria» è possibile considerare la semiretta iniziale coi suoi segnalini come la proiezione di una qualsivoglia delle iperboli ottenute.

In altre parole la distanza dei satelliti e dei pianeti dal corpo centrale, in una geometria quadrimensionale, è descrivibile da un'iperbole.

Fig. 3

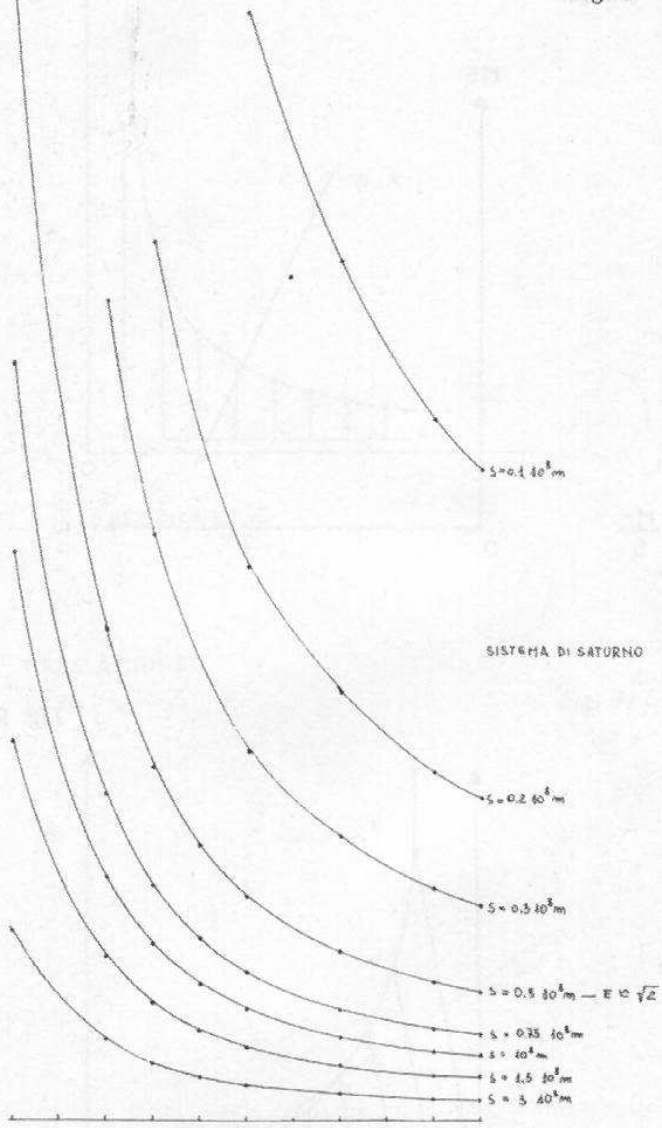


Fig. 4

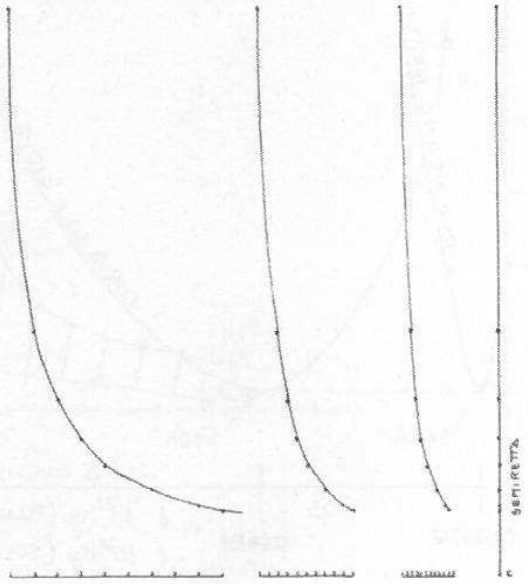
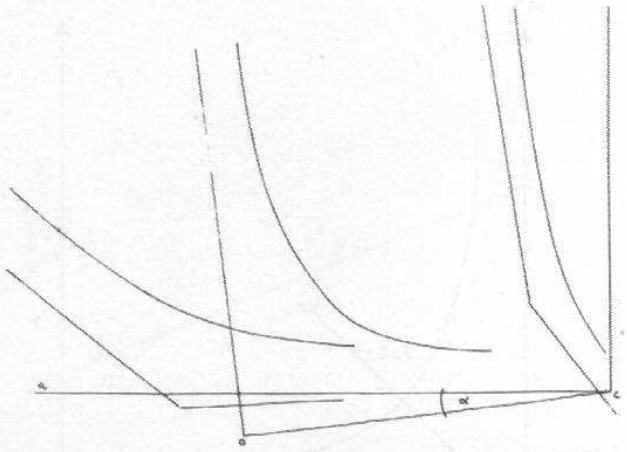


Fig. 5



L'eccentricità varia con i parametri M, r ed S. Da questo si deduce che per ogni corpo ci dovrà essere un valore di S tale che $E=\sqrt{2}$. Tale valore sarà per Sole, Giove e Saturno di 10λ e per Urano e Nettuno di $100\ \lambda$.
Dove:

$$\lambda_{\text{Sole}}=\frac{M\cdot r}{10\cdot 6{,}6732\cdot 10^{27}\ \text{kg}} \quad \text{e} \quad \lambda_{\text{pianeti}}=\frac{M\cdot r}{6{,}6732\cdot 10^{27}\ \text{kg}} \qquad (1)$$

dove 6,6732 è un numero puro, qui preso dalla costante di gravitazione e che è stato adottato nella presente ricerca, arbitrariamente, per i risultati ottimali che dà a livello pratico. «L'arbitrarietà» di questa scelta è tra questo numero e numeri che a questo possono variare di qualche millesimo.

Ad esempio la formulazione di λ pianeti può essere semplificata variando tale numero di meno dello 0,3% adottando nella formulazione la massa del protone che ricordiamo essere M_{pr} = $1{,}67\cdot 10^{-27}$ kg. In questo caso:

$$\lambda_{\text{pianeti}} = M_{pr}\,\frac{1}{(2\cdot 1{,}67\ \text{kg})^2}\,M\cdot r \qquad (2)$$

Abbiamo definito λ la lunghezza ottenuta dalle (1), perché tale lunghezza ha particolari proprietà. Nel caso del Sistema Solare, dove λ = $2{,}074\cdot 10^{10}$ m avremo con buona approssimazione la distanza d dei pianeti, moltiplicando $\lambda\cdot$numero primo:
$3\lambda = d_{\text{Mercurio}}$, $5\lambda = d_{\text{Venere}}$, $7\lambda = d_{\text{Terra}}$, $11\lambda = d_{\text{Marte}}$, $37\lambda = d_{\text{Giove}}$, $67\lambda = d_{\text{Saturno}}$, etc.

Otterremo un ottimo risultato anche nel caso del sistema di Saturno dove $d_{\text{satelliti}} = \lambda\cdot$numero primo.

Nel caso di Giove otterremo $d_{\text{satelliti}} = 3\lambda\cdot$numero primo (con l'eccezione di Thebe).

I casi di Urano e Nettuno non sono stati conside-

Fig. 6

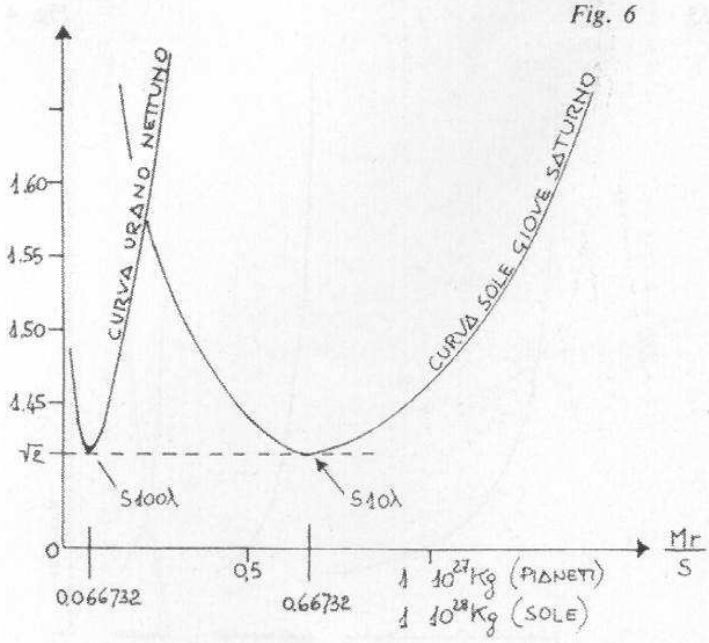


Fig. 7

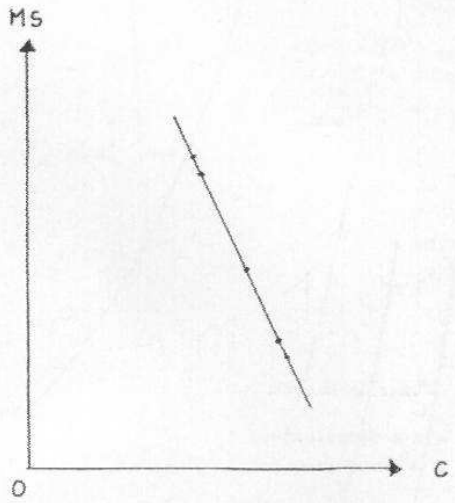


Fig. 8

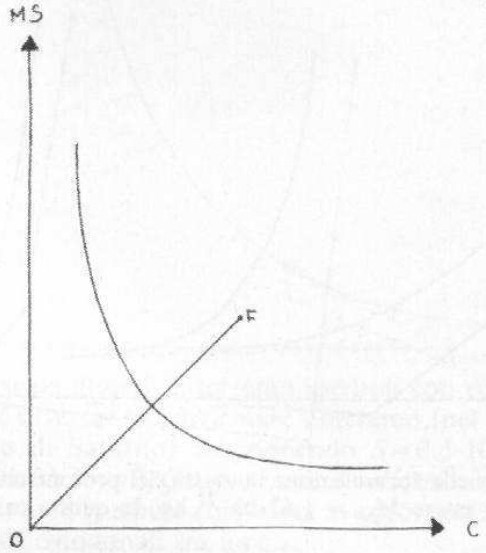
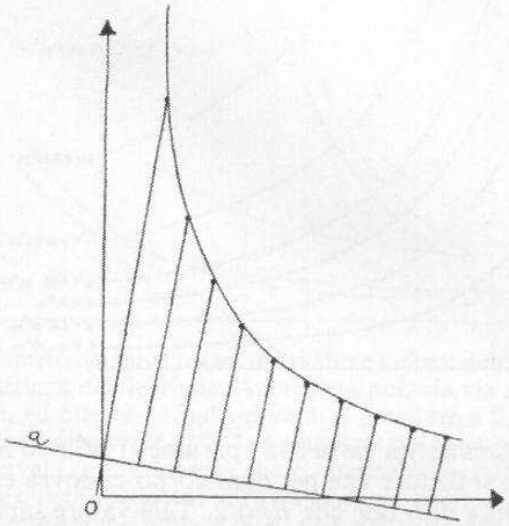


Fig. 9



rati, perché essendo per essi λ dell'ordine di $3{,}5 \cdot 10^5$ m, erano possibili errori interpretatativi.

Notiamo però, che il valore ottimale per il Sole si otterebbe aumentando λ del 2% circa. Se consideriamo la perdita di massa causata da vento solare e combustione termonucleare dall'epoca della sua formazione arriviamo circa allo 0,2%. Rimane da giustificare una differenza dell'1,8%. E' possibile ipotizzare, dato che stiamo parlando della formazione del Sistema Solare, che il Sole stesso non si fosse ancora del tutto contratto, e che il suo raggio fosse, all'atto della formazione degli anelli protoplanetari, maggiore di circa l'1,8% di quanto è attualmente.

Da quanto abbiamo espresso si ha la netta impressione che il luogo di formazione dei satelliti e dei pianeti sia posto (generalizzando) a multipli dispari della lunghezza che abbiamo definito λ. Questa sembra la caratteristica della lunghezza di un'onda che si è annullata per interferenza a suoi multipli diversi, e che ha provocato distorsioni del campo gravitazionale a loro volta generatrici degli anelli primordiali. Tali onde si sarebbero rese possibili immaginando per il corpo centrale un'oscillazione di densità con periodo

$$T = \lambda / c \qquad (3)$$

dove c è la velocità della luce.

Come abbiamo detto l'eccentricità dell'iperbole varia con M, r ed S, ed avremo $E = \sqrt{2}$ con $S = 100\lambda$ per Urano e Nettuno, ed $S = 10\lambda$ per Sole, Giove e Sa-